

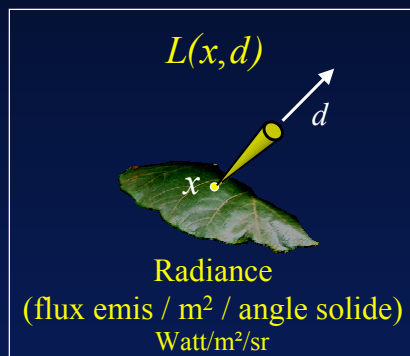
# Illumination globale avancée: Méthodes de radiosité

Cours de DEA  
Mardi 08/02/2005  
C.Soler

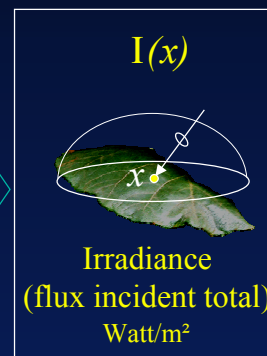
## Radiance

- ✓ Hypothèses:
- Pas d'ondulatoire
  - Régime permanent
  - Pas d'interaction avec l'air  
(intensité constante le long d'un rayon)

On s'intéresse à l'énergie lumineuse quittant la surface des objets dans chaque direction

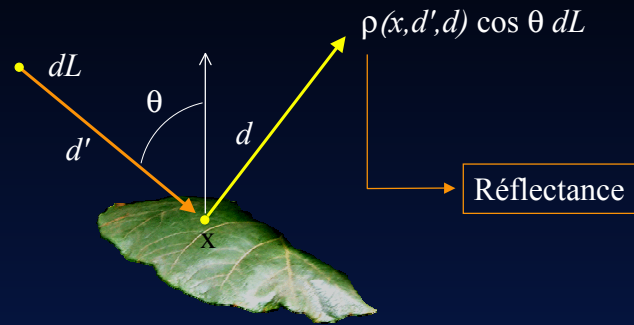


Intégration sur les directions incidentes



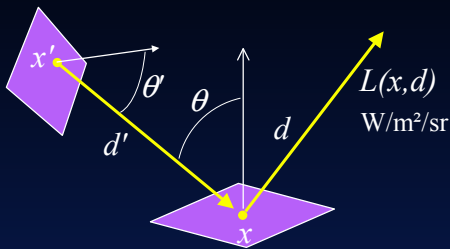
Introduction

# Réflectance



Introduction

# Equation d'équilibre de la radiance



$$L(x, d) = E(x, d) + \int_{x'} \rho(x, d, d') v(x, x') \cos(\theta) dL(x', d')$$

Radiance  
Watt/m<sup>2</sup>/sr
Emittance
 $x'$ 
Réflectance
Visibilité
 $\frac{\cos(\theta')}{(x-x')^2} L(x') dx'$

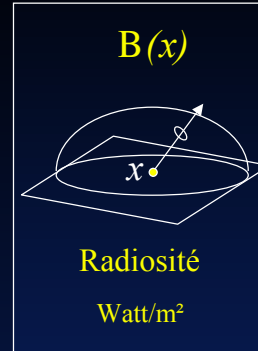
Introduction

## Hypothèse diffuse

- ✓ On suppose indépendants des directions:
  - la réflectance de toutes les surfaces
  - l'émittance sur les sources

⇒  $L(x, d)$  indépendant de  $d$

- ✓ On pose:  $B(x) = \int_{\Omega} L(x, d) \cos(\theta) d\omega$   
i.e  $B(x) = \pi L(x, \cdot)$



$$\underbrace{B(x)}_{\substack{\text{Radiosité} \\ \text{Watt/m}^2}} = \underbrace{\pi E(x)}_{\substack{\text{Emittance} \\ \text{diffuse}}} + \underbrace{\pi \rho(x, \cdot, \cdot)}_{\substack{\text{Réflectance} \\ \text{diffuse}}} \int_{x'} \underbrace{v(x, x')}_{\substack{\text{Visibilité} \\ \text{Noyau } G(x, x')}} \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi(x-x')^2} \underbrace{B(x')}_{\substack{\text{Radiosité} \\ \text{Watt/m}^2}} dx'$$

Introduction

## Plan

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
  - discrétisation de Galerkin, radiosité classique
  - méthodes de Galerkin aux ordres supérieurs
  - radiosité directionnelle
  - collocation
- ✓ Radiosité classique: les bases
- ✓ Rendu et amélioration de la solution
- ✓ Gestion de la complexité

## Discrétisation

$$L(X) = E(X) + \int_Y G(X, Y) L(Y) dY$$

✓ On approche  $L$  par  $L'$  dans une base de fonctions simples

$$L = \underbrace{\sum_{j=1}^n l_j \Lambda_j}_{L'} + \Delta L \quad \Longrightarrow \quad L'(X) = E(X) + \int_Y G(X, Y) L'(Y) dY + \Delta$$

✓ On "projète l'équation" (*i.e* on essaye d'annuler le résidu)

- Collocation: résidu nul en  $N$  points
- Méthodes de Galerkin: résidu orthogonal à la base de départ
  - » radiosité classique: base unif./polynômiale par morceau.
  - » *wavelet radiosity* [Gortler'93]: base d'ondelettes

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} l_j = e_i + \sum_{k=1}^n l_k \gamma_{ik} \quad \begin{aligned} \lambda_{ij} &= \langle \Lambda_i, \Lambda_j \rangle \\ \gamma_{ik} &= \langle \Lambda_i, \int_Y G(X, Y) \Lambda_k(Y) dY \rangle \end{aligned}$$

Discrétisation

## Radiosité classique: Méthode de Galerkin

Equation d'équilibre  $\xrightarrow[\text{Discrétisation}]{\Lambda_j(x) = 1_{A_j}(x)}$   $B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} B_j$

$\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} = e_i + \sum_{k=1}^n l_k \gamma_{ik}$      $\lambda_{ij} = \langle \Lambda_i, \Lambda_j \rangle$      $\gamma_{ik} = \langle \Lambda_i, \int_Y G(X, Y) \Lambda_k(Y) dY \rangle$

Facteur de forme

$\rho_i$  : réflectance de  $A_i$   
 $\tau_i$  : transmittance de  $A_i$   
 $B_i$  : radiosité sur  $A_i$

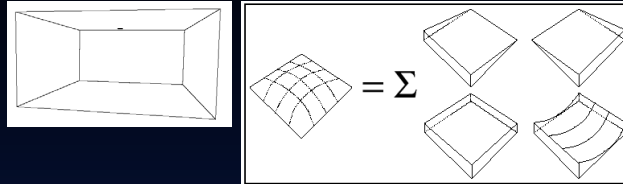
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$



Discrétisation

## Galerkin, ordres supérieurs (Zatz'93)

- ✓ Compromis entre finesse du maillage et ordre des fonctions de base



- ✓ Bases

– choisir un produit scalaire sur un intervalle  $\langle f, g \rangle = \int w(X) f(X) g(X) dX$

– choisir une base de polynômes (exple: polynômes de Legendre pour  $w=1$ )

$$P_0 = 1 \quad P_1 = X \quad (n+1)P_{n+1} = (2n+1)XP_n - nP_{n-1}$$

– construire la base:

$$\Lambda_i^{k,l}(x, y) = \sqrt{\frac{(2k+1)(2l+1)}{2}} P_k(x) P_l(y)$$

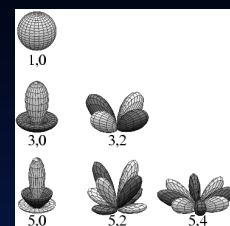
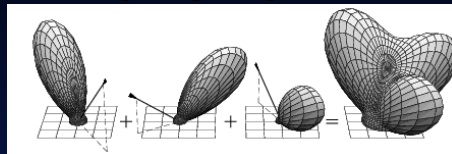
$$B(X)_{A_i} = \sum_{k,l} B_i^{k,l} \Lambda^{k,l}$$

Discretisation

## Approche directionnelle pour la radiance

- ✓ Base de fonctions directionnelles:

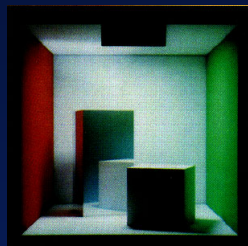
– harmoniques sphériques:



– opérations sur les coefficients des harmoniques

- ✓ Rendu:

– En fonction du point de vue



Discretisation

## Collocation

- ✓ On cherche la solution dans une base à  $n$  éléments

$$B(x) = \sum_j B_j \Lambda_j(x) + \Delta B(x)$$

- ✓ On annule le résidu de l'équation en  $n$  points  $x_i$

$$B(x_i) = E(x_i) + \rho(x_i) \int_y G(x_i, y) B(y) dy$$

$$\sum_j B_j \Lambda_j(x_i) = E(x_i) + \rho(x_i) \sum_j B_j \int_S G(x_i, y) \Lambda_j(y) dy$$

- ✓ D'où le système linéaire:

$$(K - M)B = E \quad M_{ij} = \rho(x_i) dF_{ij} = \rho(x_i) \int_S G(x_i, y) \Lambda_j(y) dy$$

- ✓ La base

- pas nécessairement orthogonale
- uniforme par morceaux, affine par morceaux, ...

Discretisation

## Plan

- ✓ Discretisation de l'équation du rendu
- ✓ Radiosité classique: les bases
  - Propriétés et calcul des facteurs de forme
  - Résolution
  - Conditionnement du problème
- ✓ Rendu et amélioration de la solution
- ✓ Gestion de la complexité

## Propriétés des facteurs de forme

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} B_j \quad F_{ij} = \frac{1}{A_i} \iint_{A_i A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$

✓ Additivité:

– Si aucune droite ne rencontre à la fois  $A_i$ ,  $A_j$  et  $A_k$ :

$$F_{A_k, A_i \cup A_j} = F_{A_k, A_i} + F_{A_k, A_j}$$

✓ Réciprocité:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

✓ Interpretation physique:

$F_{ji}$  est la proportion d'énergie lumineuse qui, quittant  $A_j$ , atteint  $A_i$  :  $\Delta B_i = F_{ij} B_j$

$$A_i \Delta B_i = F_{ji} A_j B_j$$

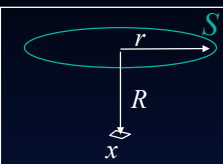
✓ Conservation de l'énergie:

$$\sum_j F_{ij} \leq 1$$

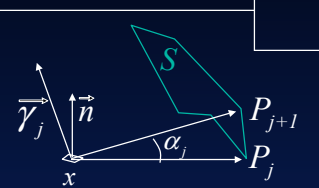
Radiosité classique

## Facteurs de forme: formes analytiques

✓ Point-polygone




$$dF_{x,S} = \frac{r^2}{r^2 + R^2}$$



$$dF_{x,S} = \frac{1}{2\pi} \sum_i \vec{n} \cdot \vec{\gamma}_i$$

✓ Polygone-polygone (contour):



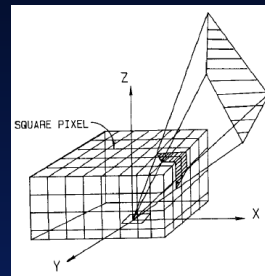
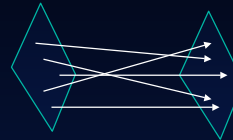
$$F_{A_i A_j} = \frac{1}{2\pi A_i} \oint_{\partial A_i} \oint_{\partial A_j} \ln \|x - y\| d\vec{x} \cdot d\vec{y}$$

– Développement analytique: Shroeder'93

Radiosité classique

## Calcul des facteurs de forme

- ✓ Formules semi-analytiques
  - Décorrélérer la visibilité
  - Echantillonner une des deux surfaces
- ✓ Intégration monte-carlo
  - Nombre de rayons variable selon:
    - »  $\cos \theta$
    - » Complexité géométrique vue
    - » Complexité photométrique vue
- ✓ Hémicube (Cohen'93)
  - Tous les éléments qui se projettent au même endroit ont même FF
  - Pre-calcul analytique pour une grille de polygones.
  - Incorpore la visibilité



Radiosité classique

## Résolution

- ✓ Espace de spectrum
- ✓ Matrice non symétrique et pleine
  - Gauss impraticable ! ( $N > 500$ )
  - QR marche, mais est coûteux
- ✓ S'il existe une norme matricielle  $S_\varphi$  telle que  $S_\varphi(A) < 1$ , alors  $I-A$  est inversible et

$$S_\varphi(A) = \sup_{x \neq 0} \frac{\varphi(Ax)}{\varphi(x)}$$

$$(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k \quad S_\varphi((I - A)^{-1}) \leq \frac{1}{1 - S_\varphi(A)} \quad (\text{Atkinson'89})$$

$$\text{Or } S_{\varphi_\infty}(M) \leq \rho_{\max} < 1$$

On peut donc résoudre le système  $(I - M)B = E$  en itérant:

$$B^{n+1} = E + MB^n$$

$$B^0 = 0 \quad (\text{n'importe quel choix convient})$$

Radiosité classique



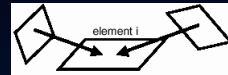
## Résolution itérative

– Gathering:

$$B_i^{k+1} = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^{i-1} F_{ij} B_j^{k+1} + \rho_i \sum_{j=i+1}^n F_{ij} B_j^k$$

ou bien

$$B_i^{k+1} = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n F_{ij} B_j^k$$



– Shooting (Southwell).

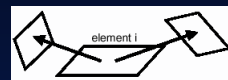
pour tout j (initialisation de l'iteration n+1):

$$\Delta B_j^{n+1} = 0 \quad B_j^{n+1} = B_j^n$$

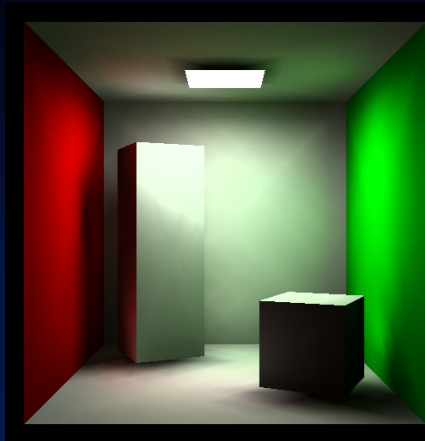
puis pour tout i et pour tout j:

$$B_j^{n+1} += \Delta B_i^n \rho_j F_{ji} \quad \text{Départ: } \Delta B_i^0 = E_i$$

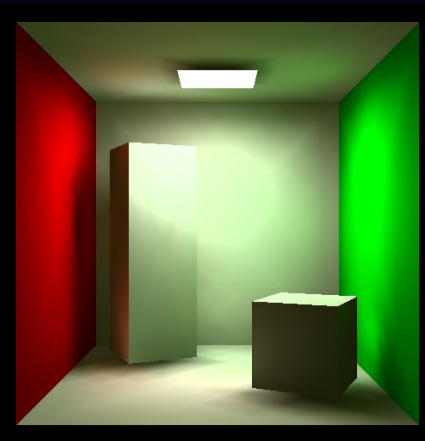
$$\Delta B_j^{n+1} += \Delta B_i^n \rho_j F_{ji} \quad B_i^0 = E_i$$



## Exemple



Départ de zéro

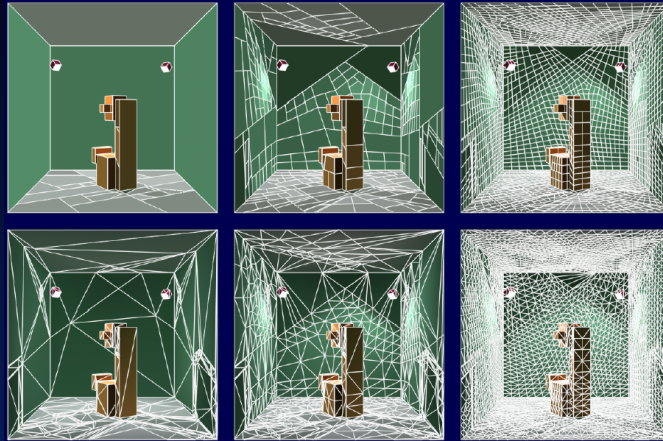


Départ d'un terme constant

Radiosité classique

## Raffinement progressif

- ✓ Le maillage est créé en fonction
  - Des variations de l'irradiance
  - Des discontinuités

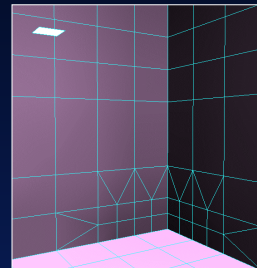
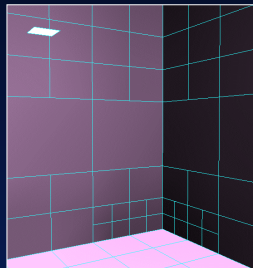
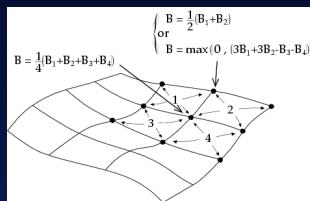
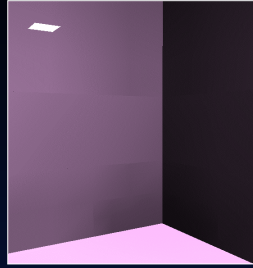
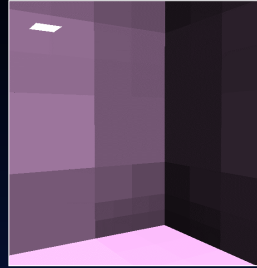


Radiosité classique

## Plan

- ✓ Discrétisation de l'équation du rendu
- ✓ Radiosité classique: les bases
- ✓ Rendu et amélioration de la solution
  - *Final gather*
  - *Gouraud shading/Anchoring*
  - *Maillage de discontinuité*
- ✓ Gestion de la complexité

## Gouraud shading / Anchoring



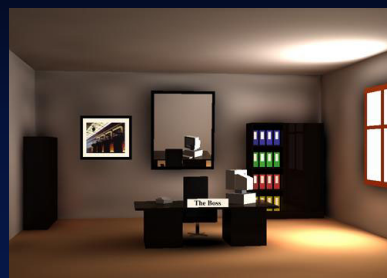
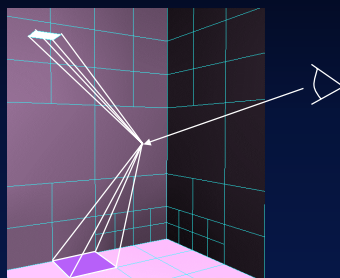
Quadtree constraint

Anchoring

Rendu et amélioration

## Final gather (Recolte finale)

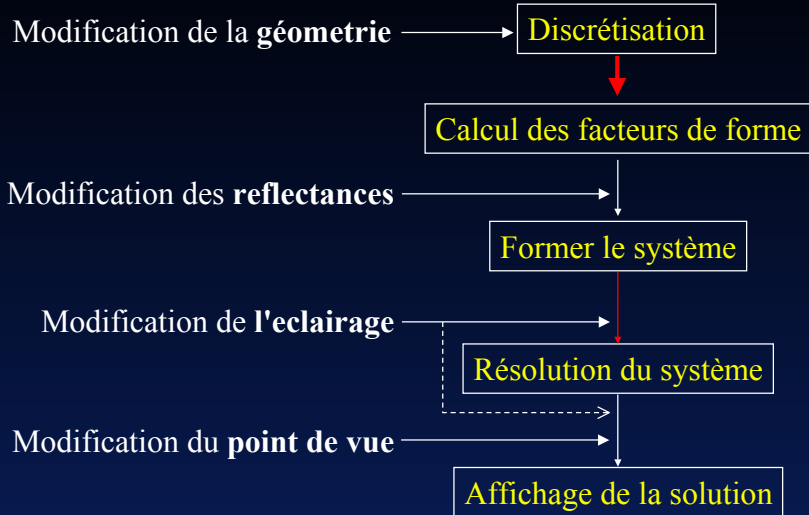
- ✓ Lancer de rayons depuis le point de vue
  - Re-calculation en chaque point de la visibilité et de l'éclairage



- Fournit des ombres parfaites, mais
  - très coûteux !
  - dépendant du point de vue
- permet des effets spéculaires locaux.

Rendu et amélioration

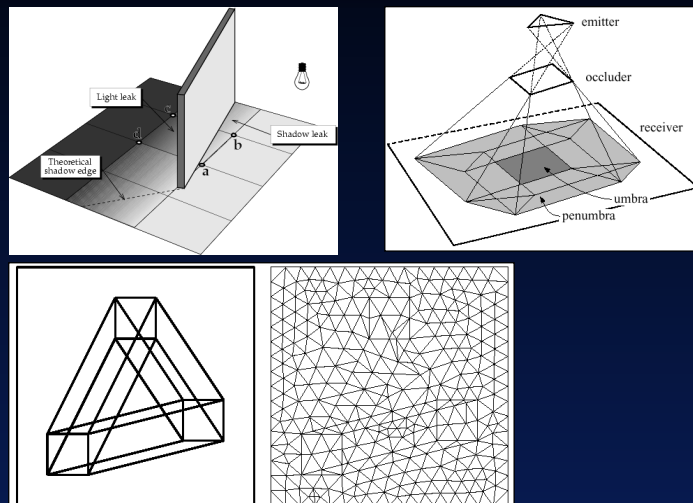
## Ordre des opérations



Rendu et amélioration

## Maillage de discontinuités

- ✓ Construire un maillage qui suit les discontinuités:

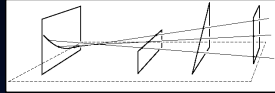


Rendu et amélioration

## Maillage de discontinuité

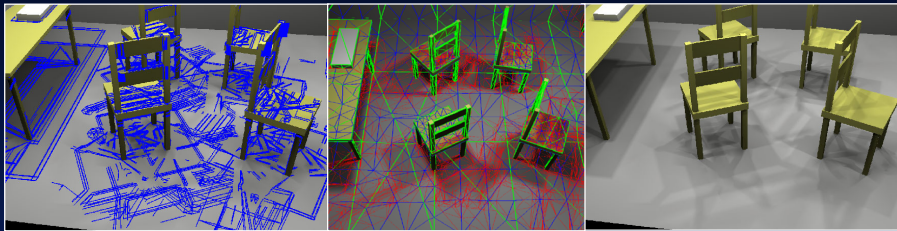
✓ Difficultés:

- Les discontinuités sont nombreuses et de nature variable



Evènement triple-arete  $\Rightarrow$  quadrique

- Elles n'ont pas toutes le même impact sur la solution

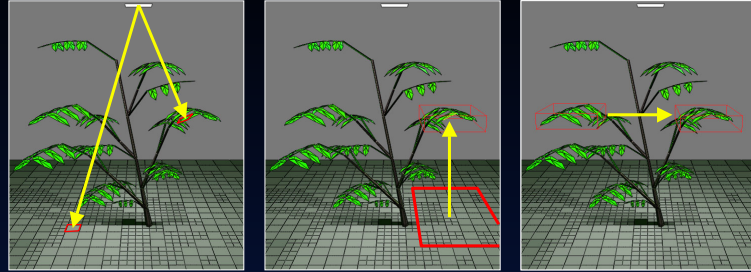


Rendu et amélioration

## Plan

- ✓ Discrétisation et résolution de l'équation du rendu
- ✓ Radiosité classique: les bases
- ✓ Rendu et amélioration de la solution
- ✓ Gestion de la complexité
  - Radiosité hiérarchique, *clustering*
  - *Shaft-culling*
  - Visibilité volumique
  - Représentations alternatives
  - Importance

## Méthode hiérarchique de radiosité

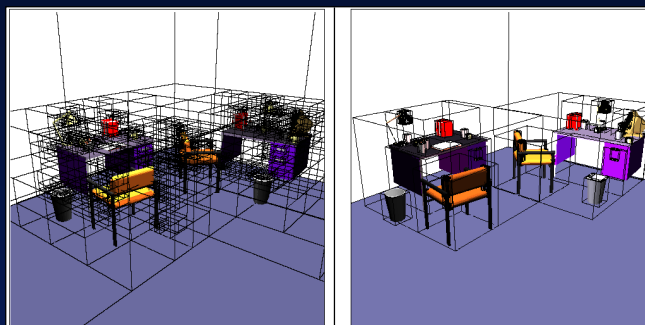
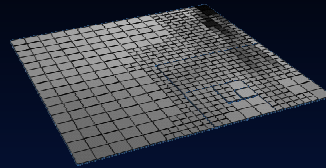


- ✓ Etablir les transferts d'énergie (ou *liens*)
  - Suffisamment haut pour économiser des calculs
  - Suffisamment bas pour conserver la précision
- ✓ Trois phases par itération:
  - Raffinement  $\implies$  assure la complétude des échanges
  - *Gather*  $\implies$  transfert de l'énergie le long des liens
  - *Push/Pull*  $\implies$  cohérence multi-échelles

Gestion de la complexité

## Représentation hiérarchique du modèle

- ✓ Surfaces
  - Subdivision des rectangles et des triangles
- ✓ *Clusters*



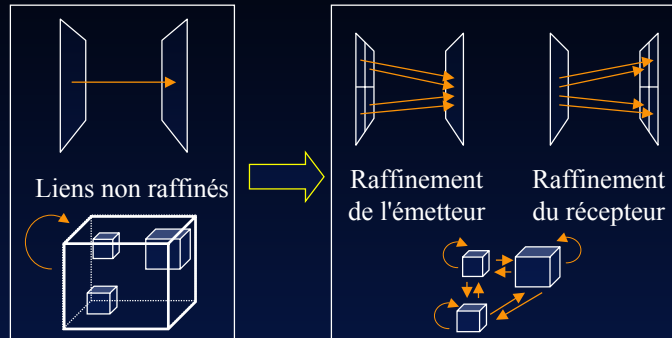
Octree

Boites anglobantes

Gestion de la complexité

## Raffinement

- ✓ Départ: un unique lien de la scène sur elle même



- ✓ Oracle de raffinement:
  - rendre l'erreur uniforme
  - exemple: BF

Gestion de la complexité

## Raffinement/Gather

- ✓ Calcul des facteurs de forme (Raffinement)

$$A_i F_{ij} = \int_{A_i} \int_{A_j} v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$

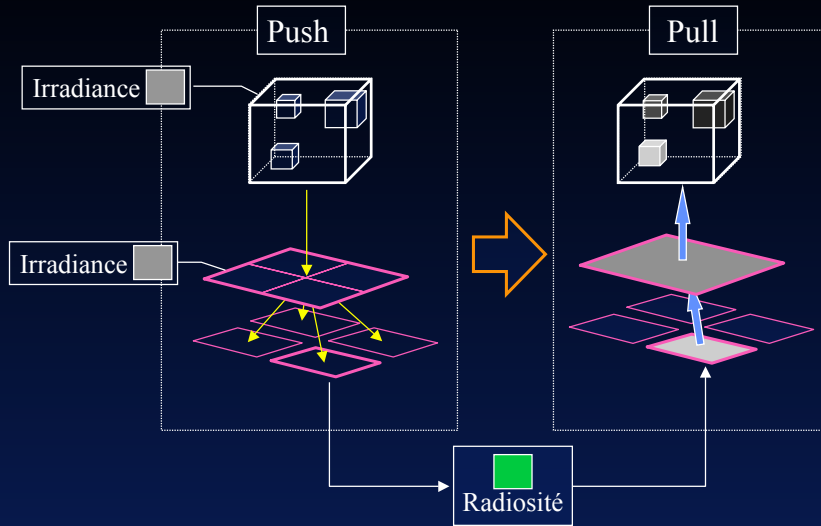
- Visibilité totale entre polygones
  - ⇒ Formule analytique
- Visibilité partielle ou clusters
  - ⇒ Intégration numérique
    - Méthodes interpolantes sans intérêt
    - Monte Carlo efficace

- ✓ Transferts d'énergie (Gather)

$$C_i^{n+1} = C_i^{n+1} + F_{ij} B_j^n \quad C: \text{Irradiance}$$

Gestion de la complexité

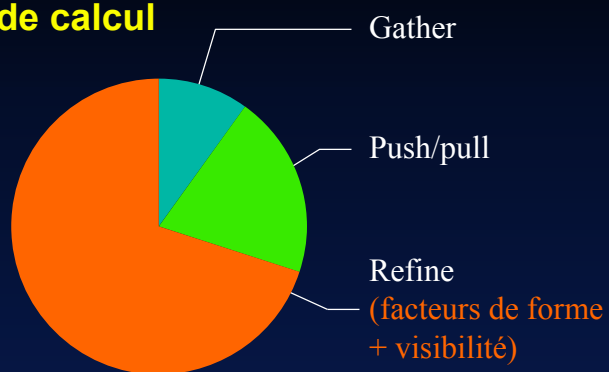
## Push/Pull



Gestion de la complexité

## Répartition des coûts

### Temps de calcul



[Holzschuch94]

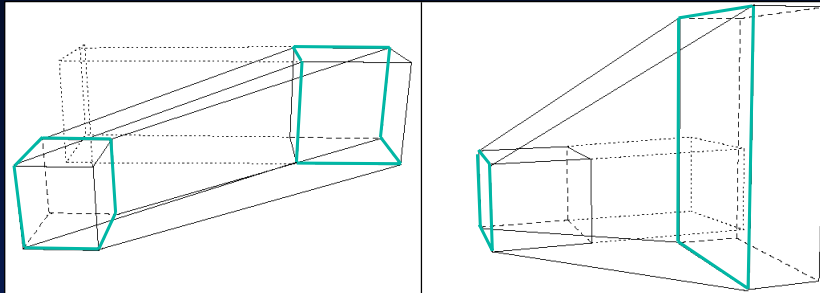
Gestion de la complexité



## Shaft culling

- ✓ Structure géométrique simple entre deux clusters
  - Rapide à calculer (4,6 ou 8 plans)
- ✓ Assure sans approximation:
  - La visibilité totale entre deux clusters
  - La propriété se conserve après raffinement

⇒ gain de CPU



6 plans

4 plans

Gestion de la complexité

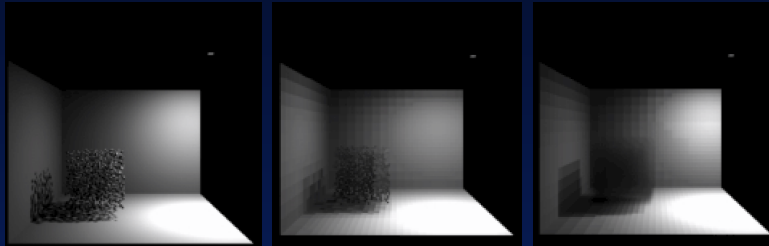
## Visibilité volumique

- ✓ On assimile les obstacles à des volumes homogènes d'extinction  $k(s)$ :

$$\frac{dL}{ds} = -\kappa(s)L(s) \quad L(S) = L(0)e^{-\int_0^S \kappa(s) ds} = L(0)e^{-\kappa_0 S}$$

- ✓ Extinction équivalente (volume non homogène)

$$\kappa = \frac{A}{4V}$$



Référence

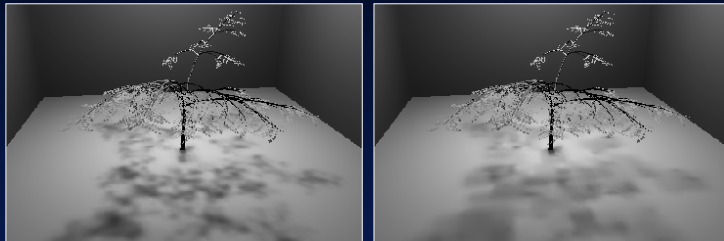
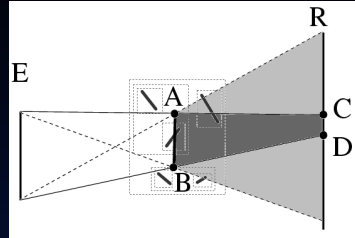
Visibilité volumique

Volume homogène

Gestion de la complexité

## Visibilité multi-résolutions

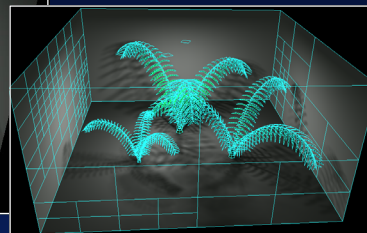
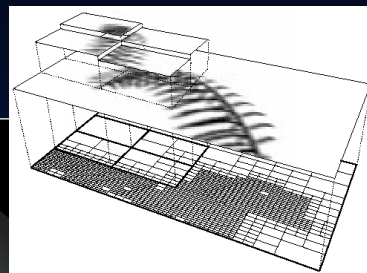
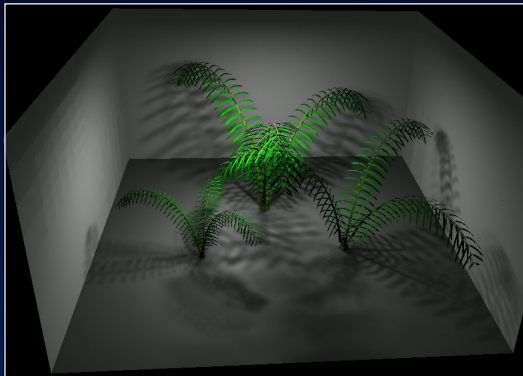
- ✓ Descendre plus ou moins dans la hiérarchie, en fonction des distances relatives source/obstacle/récepteur.
- ✓ Utilise la notion de taille caractéristique des ombres (*feature size*)



Gestion de la complexité

## Représentations alternatives

- ✓ Textures d'ombres
  - Dissocier dans certains liens les calculs de visibilité des calculs d'éclairage direct.
  - Mixer avec la radiativité classique à l'affichage



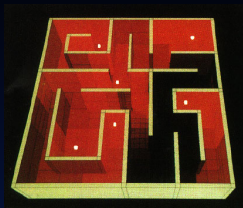
## Représentations alternatives

- ✓ Utilisation de textures pour
  - L'emittance
  - La reflectance

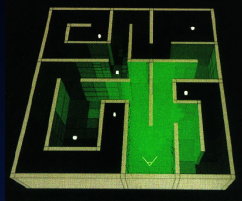


Gestion de la complexité

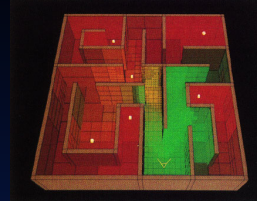
## Importance



Radiosité (B)

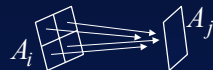


Importance (I)



Solution conjuguée

- Raffinement:



Raffiner lorsque  $B_j I_i \rho_i F_{ij} > \epsilon$

- Gathering radiosity and shooting importance

$$B_i^{n+1} = B_i^n + \rho_i F_{ij} B_j^n \quad I_j^{n+1} = I_j^n + \rho_i F_{ij} I_i^n$$

- Push/pull:

» La radiosité est moyennée, l'importance est sommée

Gestion de la complexité

## Les packages gratuits

Ray	Sources	**	<a href="http://www.cs.technion.ac.il/Labs/IsI/Project/Projects_done/ray/ray.html">http://www.cs.technion.ac.il/Labs/IsI/Project/Projects_done/ray/ray.html</a>
Helios32	Sources	*	<a href="http://www.helios32.com">http://www.helios32.com</a>
Render Park	Sources	***	<a href="http://idefix.cs.kuleuven.ac.be/~graphics/RENDERPARK">http://idefix.cs.kuleuven.ac.be/~graphics/RENDERPARK</a>
Blue moon rendering tool	Exe	**	<a href="http://www.bmrt.org">http://www.bmrt.org</a> (basé sur RenderMan)
Radiance	Sources	**	<a href="http://radsite.lbl.gov/radiance/">http://radsite.lbl.gov/radiance/</a>
PRR	Sources	**	<a href="http://www.cs.ucl.ac.uk/teaching/GMV/Exercises/radiosity/readme.html">http://www.cs.ucl.ac.uk/teaching/GMV/Exercises/radiosity/readme.html</a>

## Références

- Radiosité
  - » *The hemicube. A radiosity solution for complex environments.* Cohen, Greenberg. Siggraph'85.
- Galerkin - ordres supérieurs
  - » *Galerkin radiosity; a higher order solution method for global illumination.* H. Zatz. Siggraph'93
  - » *Radiosity algorithms using higher order finite element methods.* R. Troutman, N. Max. Siggraph'93
  - » *Wavelet radiosity.* S. Gortler *et al.* Siggraph'93
- Radiosité directionnelle
  - » *A hierarchical illumination algorithm for surfaces with glossy reflection.* L. Aupperle, P. Hanrahan. Siggraph'93
  - » *A global illumination solution for general reflectance distributions.* F. Sillion *et al.* Siggraph'91.
- Radiosité hiérarchique / Clustering
  - » *A unified hierarchical algorithm for global illumination with scattering volumes and object clusters.* F. Sillion. IEEE transactions on graphics. 1(3), sept 1995.
- Facteur de forme analytique
  - » *On the form factor between two polygons.* P. Schroeder, P. Hanrahan. Siggraph'94.
- Importance
  - » *Importance driven radiosity algorithm.* B. Smits *et al.* Siggraph'92