DIIC3 INC
Epreuve de SDI2

Durée : 3 heures

8 Février 2005

Les documents de cours sont autorisés.

Le sujet comporte deux parties qui peuvent être résolues de manière indépendante. Les algorithmes et structures de données peuvent être écrits en langage de description ou en langage C.

PARTIE: KADI BOUATOUCH

Exercice 1

Question 1.1. Calcul des facteurs de forme F_{ji}

Proposer une méthode de calcul du facteur de forme F_{ji} entre deux carreaux i et j prenant en compte les problèmes d'occlusion. Attention, on n'utilisera pas une méthode de projection telle que l'hémicube ou autre.

1.2. Flux

Montrer pourquoi le flux émis par un carreau est égal au produit de sa radiosité par son aire.

Exercice 2

Soit S une source ponctuelle d'intensité I (flux émis par unité d'angle solide). Cette source se trouve en (X_s,Y_s,Z_s). Soit un triangle ABC de BRDF $fr()$ et P un point appartenant à ABC.

0.1 Question 1.1

Exprimer la luminance de P dans la direction V en fonction de I et $fr()$.

0.2 Question 1.2

Supposons que S est très éloignée du triangle ABC. Quels sont dans ce cas les paramètres qui caractérisent S ?

0.3 Question 1.3

Comparez les luminances en deux points distincts P et P' du triangle ABC.

Exercice 3

On considère une scène illuminée où les surfaces sont maillées en carreaux plans élémentaires. La méthode de radiosité consiste alors à calculer les radiosités à partir du système linéaire suivant :

$$\forall i \ = \ 1,\cdots,n \ \ B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1,\ j\neq i}^{n} F_{ij} B_j, \tag{1}$$

où

- n est le nombre total de carreaux de la scène,
- B_i est la radiosité du carreau de numéro i,
- E_i est l'émittance propre de la source de lumière représentée par le carreau de numéro i,
- F_{ij} est le facteur de forme entre les carreaux de numéros i et j.

Ces quantités vérifient les relations suivantes

$$\forall i = 1,\cdots,n \qquad E_i \geq 0 \text{ et } \forall j \neq i,\ \ F_{ij} \geq 0 \tag{2}$$

$$\sum_{j=1,\ j\neq i}^{n} F_{ij} = 1 \tag{3}$$

$$0 < \rho_i < 1 \tag{4}$$

On suppose maintenant que les carreaux sont regroupés en groupes, chaque groupe contenant m carreaux de numéros consécutifs. Il y a p groupes. Donc $n = mp$. On en déduit une structure de blocs pour la matrice Φ et pour les vecteurs B et E : pour $r = 1,\cdots,p$ on notera B_{G_r} et E_{G_r} le $r-$ème tronçon (de longueur m) des vecteurs B et E et pour r, $s = 1,\cdots,p$, on notera $\Phi_{G_{rs}}$ le bloc de coordonnées (r,s) dans la matrice Φ. On a donc : $B_{G_r} \in \mathbb{R}^m$, $E_{G_r} \in \mathbb{R}^m$ et $\Phi_{G_{rs}} \in \mathbb{R}^{m\times m}$:

$$B = \begin{pmatrix} B_{G_1} \\ \vdots \\ B_{G_p} \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} E_{G_1} \\ \vdots \\ E_{G_p} \end{pmatrix} \text{ et } \Phi = \begin{pmatrix} \Phi_{G_{11}} & \cdots & \Phi_{G_{1p}} \\ \vdots & & \vdots \\ \Phi_{G_{p1}} & \cdots & \Phi_{G_{pp}} \end{pmatrix}.$$

Le système d'équations (1) peut alors s'exprimer par le système d'équations de blocs suivant :

$$\forall r \ = \ 1,\cdots,p \quad E_{G_r} = \sum_{s=1}^{p} \Phi_{G_{rs}} B_{G_s}. \tag{5}$$

On a ainsi deux numérotations de carreaux : le carreau de numéro j $(1 \leq j \leq m)$ dans le groupe de numéro r $(1 \leq r \leq p)$ est numéroté par i $(1 \leq i \leq n)$ dans la numérotation initiale. On admet que le passage d'une numérotation à l'autre est défini par la fonction ψ :

$$\psi(r,j) = i \Leftrightarrow i = (r-1)m + j$$

et sa fonction réciproque

$$\psi^{-1}(i) = (r,j) \Leftrightarrow \begin{cases} j = \text{mod}(i-1,m) + 1 \\ r = \frac{i-j}{m} + 1. \end{cases}$$

On rappelle le système d'équations de radiosité par groupes :

$$B_{G_r} = \Phi_{G_{rr}}^{-1}[E_{G_r} - \sum_{s=1,s\neq r}^{p} \Phi_{G_{rs}} B_{G_s}] \tag{6}$$

qui est équivalent au système (5). Cette équation est utilisée par une méthode de résolution de type *Gathering*.

L'objectif est de résoudre ce système par une méthode progressive, c'est à dire de type shooting. Autrement dit, on voudrait étendre la méthode de radiosité progressive vue en cours (que nous appelerons PR) aux groupes. La méthode radiosité progressive étendue aux groupes sera appelée PRG. Pour cela il faudra proposer une méthode de construction des groupes. Une fois ces groupes déterminés, on proposera une méthode PRG. Nous rappelons que la méthode PR vue en cours consiste à choisir le carreau (ou maille) de plus fort flux latent ΔB (qui n'a pas encore été émis) et émettre son énergie vers tous les autres carreaux de la scène.

Construction des groupes

On construit une matrice J dont les éléments J_{ij} sont donnés par : $J_{ij} = \rho_i F_{ij} A_j \Delta B_j + \rho_j F_{ji} A_i \Delta B_i$. J_{ij} mesure le niveau d'interaction entre deux carreaux i et j, c'est à dire la quantité d'énergie échangée entre les carreaux i et j. Cette matrice est symétrique. Nous allons construire les groupes à l'aide d'une méthode dite additive.

Question 3.1 : Méthode additive de construction de groupes : MACG

La méthode MACG consiste à construire le premier groupe en l'initialisant avec un carreau quelconque puis en l'étoffant en lui ajoutant, de manière itérative, le carreau ayant la plus grande interaction avec celui-ci, ceci jusqu'à obtenir la taille désirée. L'interaction N_{iG_r} entre un carreau i et un groupe G_r est donnée par $N_{iG_r} = \sum_{j \in G_r} N_{ij}$. On suppose que tous les groupes ont la même taille. Pour évaluer les N_{iG_r} nou avons besoin des ΔB_{G_r}. Pour obtenir les ΔB_{G_r}, on déroule l'algorithme de radiosité classique PR (en faisant émettre les carreaux et non pas les groupes) pendant un faible nombre d'itérations. Vous supposerez que ce calcul des ΔB_{G_r} a déjà été effectué. Donner l'algorithme mettant en œuvre cette méthode MACG.

Question 3.2 Equation de *Shooting*

Déduire de l'équation 6, une équation qui sera utilisée par une méthode de résolution de type *Shooting*, c'est une méthode de radiosité progressive.

Question 3.3 : La méthode de radiosité PRG

On suppose maintenant que les groupes sont formés et sont de même taille. C'est à dire, si n est le nombre total de carreaux, alors $n = mp$, où p est le nombre de groupes et m la taille d'un groupe. On notera que le groupe selectionné pour émettre son énergie est le groupe G_r dont le produit scalaire $\Delta B_{G_r}^T . A_{G_r}$ est maximale, A_{G_r} étant le vecteur dont les éléments sont les aires des carreaux du même groupe G_r et ΔB_{G_r} le vecteur dont les éléments sont les radiosités non encore émises des carreaux du même groupe G_r.

Donner l'algorithme détaillé de radiosité PRG.