



Rendu réaliste en synthèse d'images.

Modèles d'illumination.



DESS I2N - 1999-2000 - Modèles d'éclairage



Organisation

Modèles d'illumination

- Modélisation de la lumière
 - Nature ondulatoire de la lumière
 - Radiométrie
- Modélisation des matériaux
 - Description qualitative d'un matériau
 - Modèles de réflexion
- Modélisation de l'éclairage
 - Equation du rendu
- Modèle local vs modèle global



DESS I2N - 1999-2000 - Modèles d'éclairage

Modélisation de la lumière

Complexité de la lumière

- Description géométrique
- Description ondulatoire
- Description corpusculaire

Propagation d'une énergie

- Conduction
 - Traversée d'un milieu matériel
- Convection
 - Transport par le mouvement du milieu
- Radiation
 - Transport par un champ magnétique

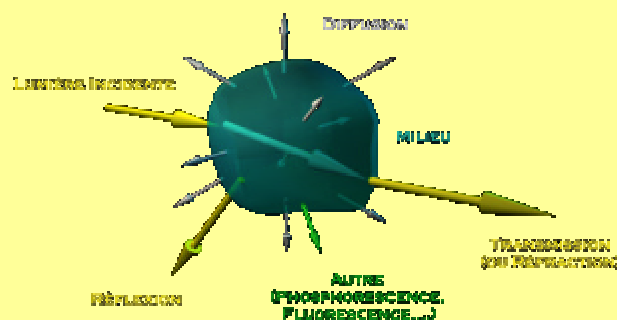
DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Phénomènes lumineux

PRINCIPAUX PHÉNOMÈNES LUMINEUX



DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modélisation de la lumière

Aspect géométrique

- Modèle le plus simple
- Rayon lumineux
- Propagation rectiligne
- Lois d'optique géométrique

Permet d'expliquer les effets simples

- Ombre, pénombre, pleine lumière

Modèle le plus utilisé en synthèse d'images

- Lancer de rayons, modèle de Phong ...

Modélisation de la lumière

Aspect ondulatoire

- Fondé sur l'électromagnétisme
- Décrit par les équations de Maxwell
 - Dépendances des champs magnétique B et électrique E
 - Champs orthogonaux à la direction de propagation

Permet d'expliquer des effets complexes

- Réflexion, réfraction
- Description macroscopique de ces effets

Nécessite de connaître une valeur moyenne des champs B et E

Modélisation de la lumière

Aspect photonique

- Représentation corpusculaire de la lumière
- Fondé sur les lois de mécanique quantique
- Représentation duale de la représentation ondulatoire

Permet d'affiner les effets de diffraction et de diffusion

- Interaction avec les atomes

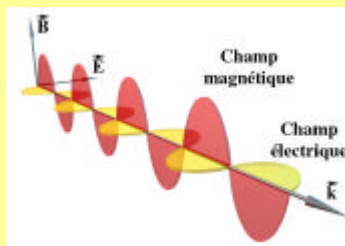
Très complexe à utiliser

- Modèle électrodynamique quantique
- Utilisé pour le lancer de photons.

Nature ondulatoire de la lumière

Equations fondamentales de Maxwell

- Comportement d'une onde électromagnétique dans un milieu
- Liaison entre champ électrique E , champ magnétique B et champs d'induction
- Description locale, en tout point de l'état de ces champs



$$\vec{\text{rot}} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad \text{div } \vec{D} = 0$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{0} \quad \text{div } B = 0$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$$

Nature ondulatoire de la lumière

Polarisation de la lumière

- E, B et k forment un trièdre direct.
- L'orientation de E et B varie en fonction du temps.
- La caractérisation de l'enroulement décrit la polarisation de la lumière.
- Projection de E sur 2 axes orthogonaux
 - Si E_{\perp} et E_{\parallel} sont corrélés, l'onde est polarisée
- La lumière naturelle n'est pas polarisée
 - E n'a pas de mouvement cohérent dans le temps.

DESS I2N

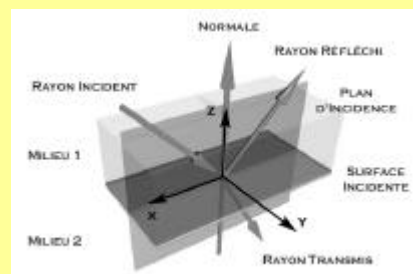
- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Nature ondulatoire de la lumière

Caractérisation de la réflexion

- Se produit à l'interface de 2 milieux dans lesquels l'onde se propage à des vitesses différentes.



- Réponse composée de 2 ondes : transmise et réfléchie

DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Nature ondulatoire de la lumière

Caractérisation des ondes réfléchies et transmises

- Résolution des équations de Maxwell dans les milieux
 - Possible avec hypothèses simplificatrices.
 - Absence de charges extérieures
 - Ondes planes monochromatiques
 - Milieux homogènes et isotropes
- Expression des relations entre les ondes incidente, transmise et réfléchie
- Différences de vitesse de propagation caractérisées par les indices de réfraction complexes

Nature ondulatoire de la lumière

Indice de réfraction complexe

$$\underline{n} = \sqrt{\underline{\epsilon}_r} = \eta + i\kappa \quad \text{avec} \quad \eta : \text{indice de réfraction classique et} \\ \kappa : \text{indice d'extinction}$$

Matériaux transparents (diélectriques)

- \underline{n} est réel (extinction nulle)

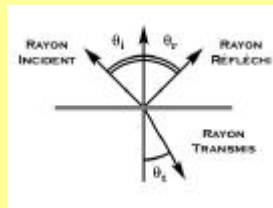
Matériaux absorbants (conducteurs)

- \underline{n} est complexe (extinction non nulle)

Lois de réflexion

Pour les ondes planes

- Ondes incidente, réfléchie et transmise dans le même plan



$$\theta_r = -\theta_i$$

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$$

- On retrouve les lois de l'optique géométrique si les 2 milieux sont transparents.

Lois de réflexion

Pour les ondes planes

- Décomposition de l'onde incidente E en E_{\perp} et E_{\parallel}
 - Facilite l'étude des coefficients de réflexion et de transmission r_{\perp} , t_{\perp} , r_{\parallel} et t_{\parallel}
- Coefficient en puissance R et T
 - Existence réel du phénomène
 - Réflectance et Transmittance
 - $R+T = 1$ (conservation de l'énergie)
- Lumière non polarisée
 - Utilisation de coefficients moyens

Lois de réflexion

Interface entre 2 milieux transparents d'indices n_1 et n_2

- La transmission ne se fait pas pour toutes les incidences
- On peut montrer que

$$\vec{k}'_t = k_{\text{incidence}} \vec{e}_y + k_0 \operatorname{Re}(\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(\theta_i)}) \vec{e}_z \quad \vec{k}''_t = k_0 \operatorname{Im}(\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(\theta_i)}) \vec{e}_z$$

- La partie imaginaire de n_1 et n_2 étant nulle, on a

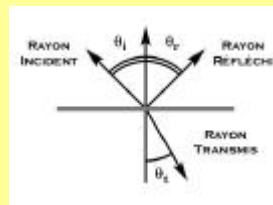
$$\vec{k}'_t : \text{fonction de } \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(\theta_i)} \in \mathbb{R} \text{ et } \vec{k}''_t = 0$$

- Le terme $n_2^2 - n_1^2 \sin^2(\theta_i)$ devant être positif ou nul
- La transmission ne peut avoir lieu que si $n_2 > n_1 \sin(\theta_i)$

Lois de réflexion

Réflexion et transmission si $n_2 > n_1$

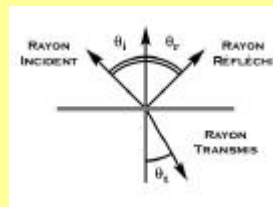
- Toujours possibles pour tout angle d'incidence
- Réflexion faible, transmission forte
- Réflexion forte, transmission faible pour incidence rasante
 - Reflets sur l'eau ...



Lois de réflexion

Réflexion et transmission si $n_2 < n_1$

- Existence d'un angle limite d'incidence pour la transmission θ_1 , tel que $\sin(\theta_1) = n_2/n_1$
 - $\theta_i < \theta_1$: la transmission se produit
 - $\theta_i > \theta_1$: pas de « vraie » transmission, propagation de l'onde le long de l'interface. On parle de réflexion totale.



Lois de réflexion

Coefficients de réflexion entre 2 milieux transparents

- Calculés par résolution des équations de Maxwell

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

- Termes de Fresnel

$$r_{//} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

- Coefficients en puissance pour la lumière non polarisée

$$R = \frac{r_{\perp}^2 + r_{//}^2}{2}$$

$$T = 1 - R$$

Lois de réflexion

Interface entre un milieu transparent et un conducteur

- Calcul des termes de Fresnel identique
 - utilisation des indices complexes
- Forte réflexion et absorption totale

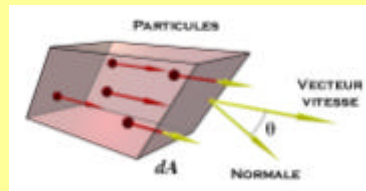
Radiométrie

Théorie du transport

- Repose sur la géométrie des flux
- Entité transportée quelconque
 - Masse, Charge, Energie, Lumière
- Expression du flux traversant une surface dA
 - Densité de particules en un point x :
 $p(x)$
 - Nombre de particule dans un élément de volume dV :
 $P(x) = p(x)dV$
 - Vitesse de déplacement des particules :
 v
 - Combien de particules sont passées à travers dA pendant dt ?

Radiométrie

- Nombre de particules traversant dA :



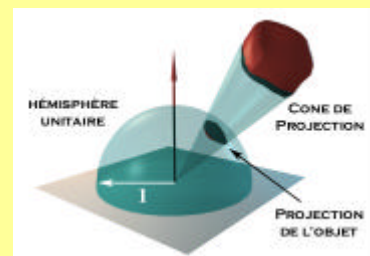
$$P(\vec{x}) = p(\vec{x}) \underbrace{dA \cos\theta \cdot v \cdot dt}_{\text{volume du tube}} = p(\vec{x}) \cdot v \cdot dt (\cos\theta \cdot dA)$$

- Dépend de l'incidence et de la surface $\cos\theta \cdot dA$
 - Cette dépendance ne porte pas sur ce qui circule.
- Terme purement géométrique !!

Radiométrie

Angle Solide

- Utile pour la description des échanges d'énergie par radiation
- Angle solide : aire de la projection de O sur une sphère unitaire centrée en P
- Unité : stéradian (sr)
- Angle solide de la sphère : 4π

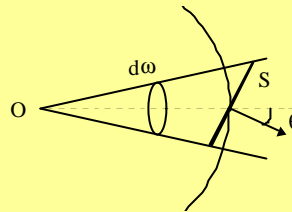


Radiométrie

Approximation d'un angle solide

- Pour les petites surfaces
 - Remplacement de la surface par une surface tangente d'aire $dA \cos \theta$
 - Projection sur la sphère unitaire

$$d\omega \approx \frac{\cos \theta dA}{r^2}$$



DESS I2N

1999-2000

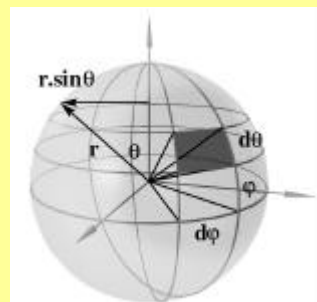
Modèles d'éclairage

Radiométrie

Angle solide en coordonnées sphériques

- Utilisation courante en synthèse d'images
- (θ, φ) définit une direction
- Angle solide élémentaire autour de cette direction

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\varphi$$



DESS I2N

1999-2000

Modèles d'éclairage

Radiométrie

Radiance L

- Energie rayonnée en un point, dans une direction, par unité d'aire et par unité d'angle solide ($\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}$)

$$L(\vec{x}, \vec{\omega}, \lambda) = \underbrace{p(\vec{x}, \vec{\omega}, \lambda)}_{\text{densité volumique}} \underbrace{\frac{hc}{\lambda}}_{\text{énergie}}$$

- Constante dans la direction du rayon lumineux la propageant
- Toute autre grandeur radiométrique s'en déduit

Radiométrie

Flux élémentaire d^2F

- Flux passant à travers une surface d'aire dA dans une direction $d\omega$ (angle solide)

$$d^2\Phi = L(\vec{x}, \vec{\omega}) \underbrace{\cos \theta \cdot dA}_{\text{aire projetée}} \cdot d\omega$$

- Unité : $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}$

Radiométrie

Irradiance E

- Puissance totale arrivant sur une surface par unité d'aire (W.m^{-2})
 - Intégration de la radiance incidente sur l'hémisphère

$$E = \int_{\Omega} L_i \cos \theta d\omega$$

- S'exprime aussi en fonction du flux entrant $d\Phi$

$$d\Phi = \int_{\Omega} L_i \cos \theta d\omega dA \Rightarrow E = \frac{d\Phi}{dA}$$

Radiométrie

Radiosité B

- Puissance totale quittant une surface par unité d'aire (W.m^{-2})

$$B = \int_{\Omega} L_0 \cos \theta d\omega$$

Intensité rayonnante I

- Puissance émise par unité d'angle solide (W.sr^{-1})
- Utilisée pour les sources ponctuelles

$$d\Phi = I(\vec{\omega})d\omega$$

Modèles de réflexion

Représentation fonctionnelle de la réflexion

- Mise en relation de l'énergie incidente et sortante
 - A partir des lois de réflexions physiques
- Définition de deux fonctions
 - BRDF : Bidirectional Reflection Distribution Function
 - Réflectance

Modèles de réflexion

BRDF

- Rapport entre radiance émise et radiance incidente

$$f_r(\vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) = \frac{L_r(\vec{\omega}_r)}{L_i(\vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i}$$

- Unité : sr^{-1}
- Bidirectionnelle
 - Dépend évidemment des directions entrantes et sortantes
- Distribution
 - Valeur positive ou nulle mais non bornée
- Respecte le principe de réciprocité d'Helmholtz

Modèles de réflexion

Réflectance

- Besoin d'une fonction normalisée
 - Respect du principe de conservation de l'énergie
- Rapports de flux plutôt que de radiances

$$\frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = \frac{\int_{\Omega_r} L_r(\vec{\omega}_r) \cos \theta_r d\omega_r}{\int_{\Omega_i} L_i(\vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i}$$

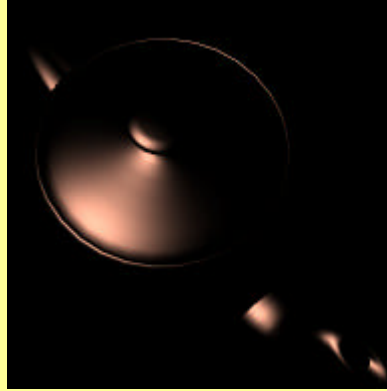
Modèles de réflexion

- En utilisant la BRDF, on a
- Si L_i est constante sur Ω , on peut l'extraire
 - On obtient une relation entre réflectance et RBDF

$$\frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = \frac{\int_{\Omega_r} \int_{\Omega_i} f_r(\vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) L_i(\vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i \cos \theta_r d\omega_r}{\int_{\Omega_i} L_i(\vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i}$$

$$\frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = \frac{\int_{\Omega_r} \int_{\Omega_i} f_r(\vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) \cos \theta_i d\omega_i \cos \theta_r d\omega_r}{\int_{\Omega_i} \cos \theta_i d\omega_i}$$

Modèles de réflexion



Physique



Statistique

DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modélisation des matériaux

Rôle du modèle de matériau

- Contrôle des interactions Lumière \leftrightarrow Matière
- Comportement physique décrit par les lois de la réflexion
 - Dépend de la nature du matériau
- Besoin d'une description qualitative macroscopique
 - Régularité
 - Isotropie ou anisotropie
 - Homogénéité

DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modélisation des matériaux

Régularité de la surface

- Primordiale pour la qualité de la réflexion
- Lisse → réflexion spéculaire
- Irrégulière → réflexion diffuse

- Surface de Fresnel
 - Surface spéculaire idéale
- Surface Lambertienne
 - Surface diffuse idéale

- Définition statistique des irrégularités

DESS I2N

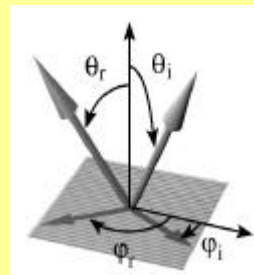
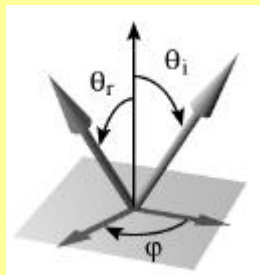
1999-2000

Modèles d'éclairage

Modélisation des matériaux

Isotropie

- Matériau isotrope
 - Réponse indépendante de l'angle azimutal (métal poli)
- Matériau anisotrope
 - Réponse dépendante de l'angle azimutal (métal brossé)



DESS I2N

1999-2000

Modèles d'éclairage

Modélisation des matériaux

Homogénéité

- Matériau homogène
 - Peut être classé comme conducteur ou diélectrique
 - Réflexions relativement simples à évaluer
- Matériau hétérogène
 - Plus courant
 - Réflexion relativement complexe
 - Nécessité de décrire l'organisation interne dans le modèle

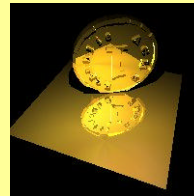
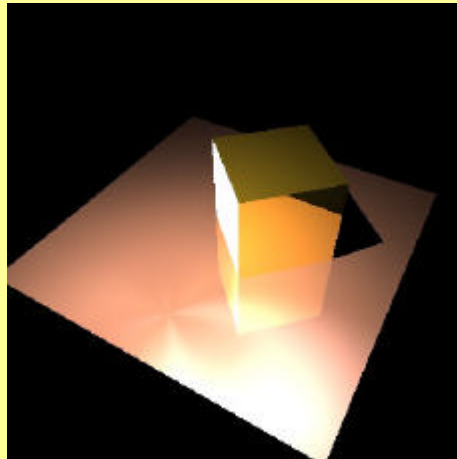
Modélisation des matériaux

Utilisation de mesures réelles



Modélisation des matériaux

Utilisation de mesures virtuelles



DESS I2N

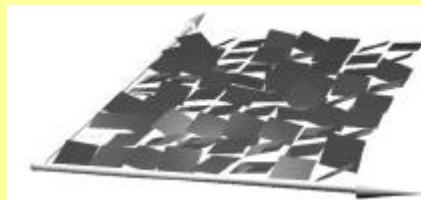
- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modélisation des matériaux

Modèle de Cook-Torrance (1982)

- Modélisation de surfaces irrégulières
- Distributions isotrope de micro-facettes spéculaire planes



DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modèle de Cook-Torrance

Formulation du modèle

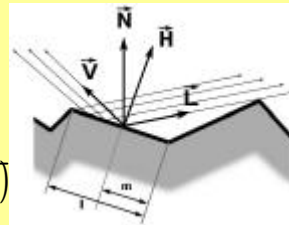
- Définition d'une réflectance diffuse directionnelle

$$\rho = d\rho_d + s\rho_s \text{ avec } d + s \leq 1$$

- s et d : coefficients diffus et spéculaire
 - Permettent de régler l'aspect de la réflexion

- Partie diffuse : $r_d = \frac{1}{2p}$

- Partie spéculaire $r_s = \frac{1}{2p} \frac{FDG}{(\vec{N} \cdot \vec{L})(\vec{N} \cdot \vec{V})}$



Modèle de Cook-Torrance

Distribution des micro-facettes D

- Fonction de distribution de Beckmann

$$D = \frac{1}{4m^2 \cos^4 \alpha} e^{-[(\tan \alpha)/m]^2}$$

avec

- α : angle entre N et H
- m pente rms des micro-facettes
- Distributions issue d'expériences physiques
- m faible (0.2) \rightarrow réflexion directionnelle
- m forte (0.8) \rightarrow réflexion diffuse
- Plusieurs échelles d'irrégularités possibles

Modèle de Cook-Torrance

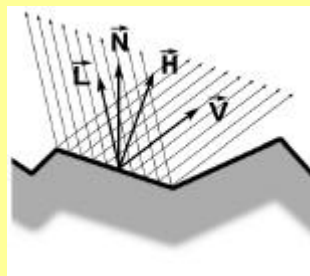
Atténuation géométrique G

- Prise en compte des occlusions sur la surface
- 3 cas apparaissent
 - Totalité du flux incident réfléchi (G_a)
 - Une partie du flux réfléchi est bloquée (G_b)
 - Une partie du flux incident est bloqué (G_c)
- Facteur d'atténuation : $G = \min \{G_a, G_b, G_c\}$

Modèle de Cook-Torrance

Atténuation géométrique G_a

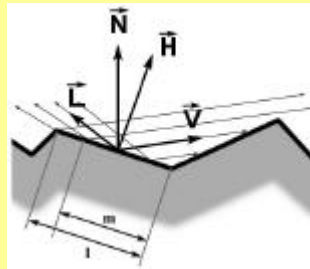
- $G_a = 1$



Modèle de Cook-Torrance

Atténuation géométrique G_b

- $$G_b = \frac{2(\vec{N} \cdot \vec{H})(\vec{N} \cdot \vec{V})}{(\vec{V} \cdot \vec{H})}$$

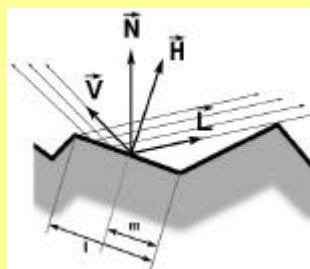


- Taux de lumière interceptée proportionnel à m/l

Modèle de Cook-Torrance

Atténuation géométrique G_c

- $$G_c = \frac{2(\vec{N} \cdot \vec{H})(\vec{N} \cdot \vec{L})}{(\vec{V} \cdot \vec{H})}$$



- Taux de lumière interceptée proportionnel à m/l

Modèle de Cook-Torrance



DESS I2N

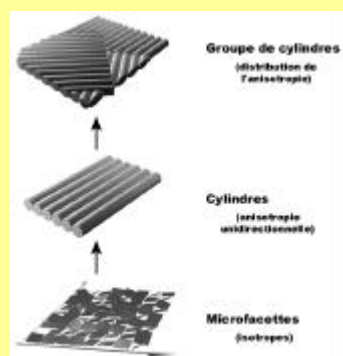
- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modélisation des matériaux

Modèle de Poulin-Fournier (1990)

- Prise en compte de l'anisotropie
- Distribution de micro-cylindres
- modèle de réflexion des cylindres
 - Cook-Torrance



DESS I2N

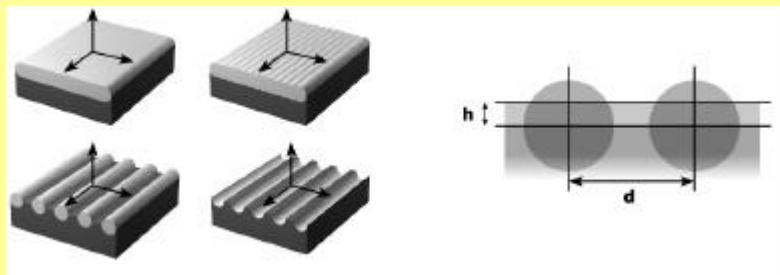
- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modèle de Poulin-Fournier

Paramétrisation simple et intuitive

- Distance d : règle l'anisotropie
 - $d=0 \Rightarrow$ surface classique, $d > 0$ surface \Rightarrow anisotrope
- Distance h : rugosité

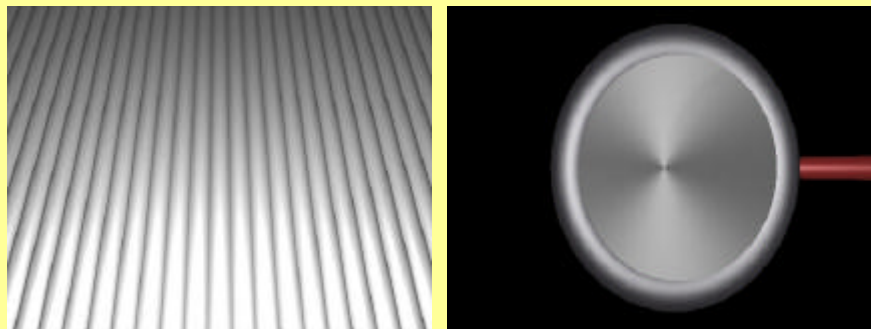


DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modèle de Poulin-Fournier



Micro-cylindres

Résultat

DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modélisation de l'éclairage

Modèles d'illumination

- Définissent les interactions lumineuses à évaluer
 - Formulation physique ou empirique
 - Adaptée au traitement ultérieur
 - Matériel, logiciel, ...
- Grandeurs radiométriques variables
- Modèles de réflexion adaptés

- Découlent tous de la théorie du transport

Modélisation de l'éclairage

Equation du transfert radiatif

- Variation de la luminance dans un milieu matériel
- Fonction de la température du milieu

Corps noir

Radiateur parfait

Tout rayonnement est absorbé

Seule l'émission subsiste

$$L_{\lambda}^0(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \left[\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1 \right]^{-1}$$

Boltzmann

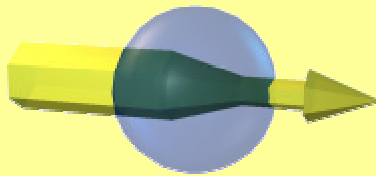
h : constante de

k : constante de

Modélisation de l'éclairage

Absorption

- Capacité d'un milieu à absorber de l'énergie
- Définie à partir du coefficient d'absorptivité a_λ



$$-a_\lambda L_\lambda (S)$$

DESS I2N

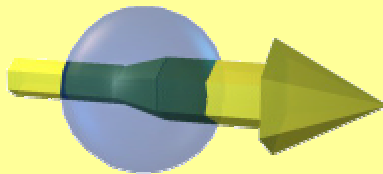
- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modélisation de l'éclairage

Emission

- Capacité d'un milieu à émettre de l'énergie
- Définie à partir du coefficient d'absorptivité a_λ
- Définie à partir de l'émission du corps noir



$$a_\lambda L_\lambda^0 (T)$$

DESS I2N

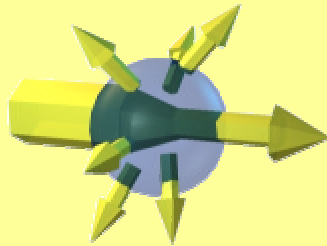
- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

Modélisation de l'éclairage

Diffusion sortante

- Propre aux milieux gazeux
- Distribution de l'énergie dans l'ensemble des directions



$$\sigma_{\lambda} L_{\lambda}(S)$$

DESS I2N

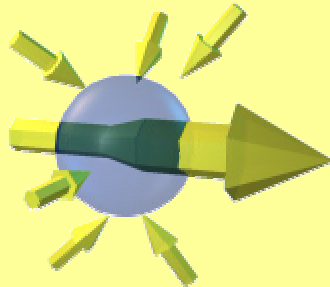
1999-2000

Modèles d'éclairage

Modélisation de l'éclairage

Diffusion entrante

- Diffusion dans la direction de propagation de l'énergie arrivant des autres particules
- Définie à partir d'une fonction de distribution directionnelle : la fonction de phase Φ



$$\frac{\sigma_{\lambda}}{4\pi} \int_{\Omega} L_{\lambda}(S, \theta, \varphi) \Phi(\theta, \varphi) d\omega$$

DESS I2N

1999-2000

Modèles d'éclairage

Modélisation de l'éclairage

Equation du Transfert Radiatif (ETR)

$$\frac{dL_\lambda}{dS} = -(a_\lambda + \sigma_\lambda)L_\lambda(S) + a_\lambda L_\lambda^0(T) + \frac{\sigma_\lambda}{4\pi} \int_{\Omega} L_\lambda(S, \theta, \varphi) \Phi(\theta, \varphi) d\omega$$

Variation de la luminance sur un trajet dS

Perte de Gain Gain de (absorption) (émission) (diffusion) (réflexion) (importante)

L'équation générale du rendu

Equation des radiances [Kajiya86]

- Simplification de l'Equation du Transfert Radiatif
- Applicable sur les milieux solides
- Abstraction des phénomènes complexes de diffusion
- Intégration de l'ETR sur le chemin $x' - x$

$$L(x, x') = g(x, x') \left[\epsilon(x, x') + \int_{\Omega} \rho(x, x', x'') L(x', x'') dx'' \right]$$

L'équation générale du rendu

Equation des radiances [Kajiya86]

$$L(x, x') = g(x, x') \left[\varepsilon(x, x') + \int_{\Omega} \rho(x, x', x'') L(x', x'') dx'' \right]$$

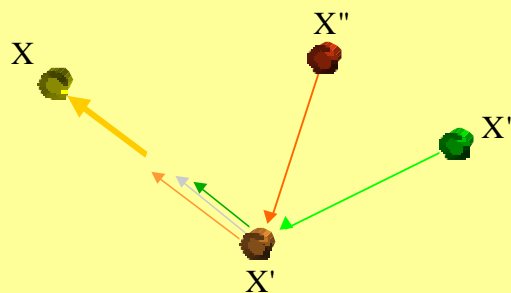
- $g(x, x')$: atténuation géométrique et visibilité
 $g(x, x') = \frac{\partial_v(x, x')}{d^2}$ avec ∂_v : dirac de visibilité
- $\rho(x, x', x'')$: BRDF
- $\varepsilon(x, x')$: émission propre de x' vers x

L'équation générale du rendu

Equation des radiances [Kajiya86]

$$L(x, x') = g(x, x') \left[\varepsilon(x, x') + \int_{\Omega} \rho(x, x', x'') L(x', x'') dx'' \right]$$

Permet de déterminer
la luminance entrante
en X



L'équation générale du rendu

Comment évaluer cette équation ?

- Modèle locaux (Phong, Lancer de rayons)
 - Simplifications ou abstractions des difficultés
 - Pas de visibilité ou visibilité ponctuelle
 - Domaine d'intégration minimal
- Modèles globaux (LR distribués, radiosité...)
 - Moins de simplifications
 - Domaine d'intégration étendu
 - Intégration numérique (Monte-Carlo)
 - Evaluation multi-résolution

L'équation générale du rendu



L'équation générale du rendu



DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

L'équation générale du rendu



DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

L'équation générale du rendu



DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage

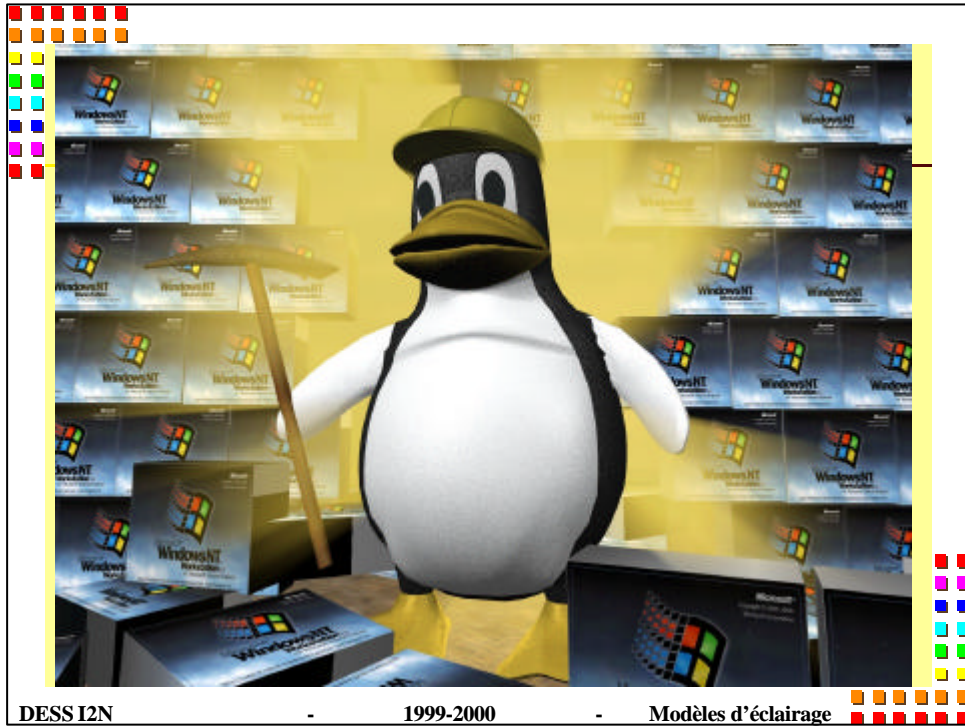
L'équation générale du rendu



DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage



DESS I2N

- 1999-2000

- Modèles d'éclairage