TILING
ORTHOGONAL - NON ORTHOGONAL

R. Andonov
S. Rajopadhye
P.Y. Calland
N. Yanev
S. Niar

Plan

1. Une première approche
   - description du modèle
   - modèle général
2. Partitionnement orthogonal
3. Résultats
4. Conclusion

Une première approche

Context :

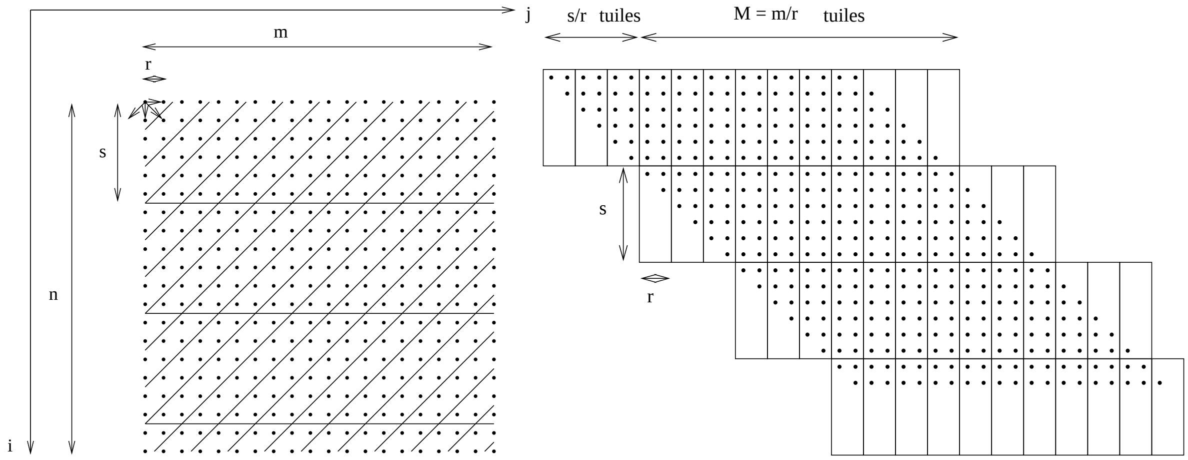
- 2D
- domaine rectangulaire
- dépendances uniformes non orthogonales

Algorithme :

1. Calculer la meilleure forme de la tuile
   $\Rightarrow$ algorithme de Boulet et al.
2. Allouer les tuiles sur un anneau de processeurs
3. Calculer la meilleure taille de la tuile

Exemple de Bitz et Kung

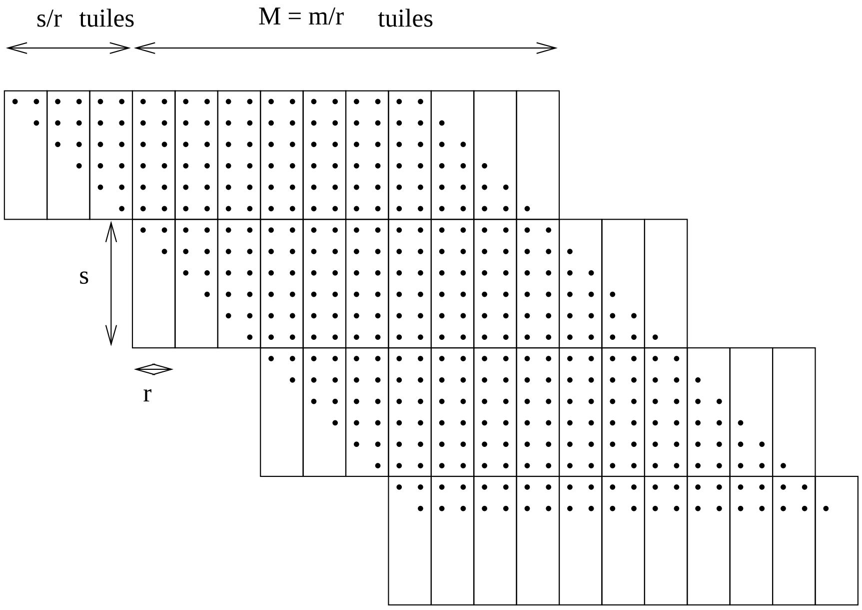
```
for i = 1 to n
    for j=1 to m
        X[i,j]=f(X[i-1,j],X[i,j-1],X[i-1,j-1],X[i-1,j+1]);
    end
end
```



Ordonnancement : Vecteur d'ordonnancement optimal : $(1, 1)$
Allocation des tuiles : Projection suivant la direction $(0, 1)$

R. Andonov
S. Rajopadhye
P.Y. Calland
N. Yanev
S. Niar

- **Fonction de temps :**



  - Période $P_t = \beta_s + \beta_r + t_c r + \tau_a r s$,
    Latence $L_t = (1 + \frac{s}{r})P_t + \tau_t r - \beta_r$
  - Fonction de temps :

$$\begin{cases} T_1(r) = \frac{mn}{rsp}P_t + (p-1)L_t & \text{si } \frac{m}{r}P_t \geq pL_t \\ T_2(r) = \frac{m}{r}P_t + (\frac{n}{s} - 1)L_t & \text{sinon} \end{cases}$$

avec $1 \leq r \leq m$ et $1 \leq s \leq \frac{n}{p}$

- **Taille optimale :** $O(n)$

Modèle BSP

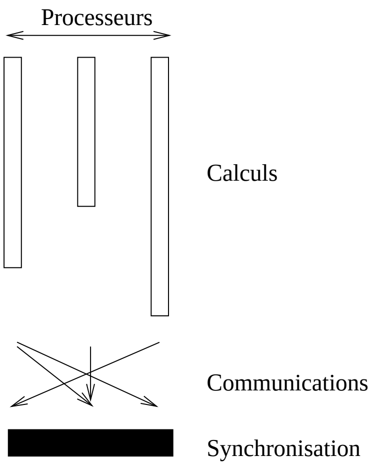


Figure 1: Super step

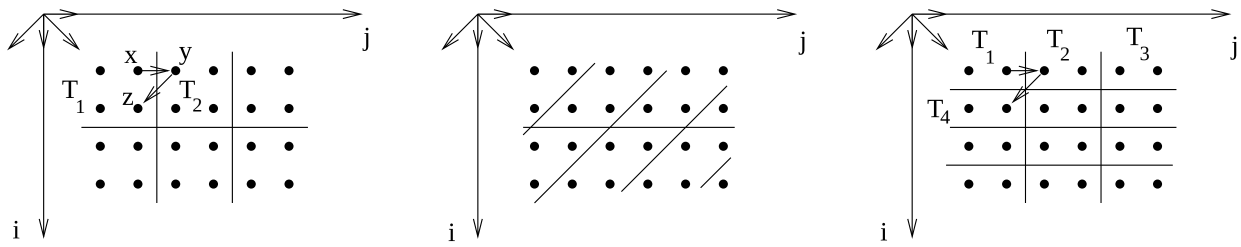
- Expression du temps en régime permanent dans le modèle BSP :
  $\Rightarrow$ un hyperplan = un super step

$$T_{BSP}(r,s) = (\frac{mn}{rsp} + (p-1)(1+\frac{s}{r}))(\max_i w_i + \max_i h_i g + l)$$

- $T_{BSP}(r,s) = T_1(r,s) \Rightarrow \tau_t = \beta_r = 0$, $\beta_s = l$, $\tau_c = \frac{g}{2}$, $r = \max h_i$, $rs\tau_a = max w_i$

Quelques remarques

- génération d'un code complexe. **Surcoût de contrôle des bornes de boucles.**
- à propos de $HD \geq 0$



(a) (b) (c)

⇒ **Question:** existe-t-il toujours un partitionnement orthogonal ?

R. Andonov
S. Rajopadhye
P.Y. Calland
N. Yanev
S. Niar

Partitionnement orthogonal

Théorême : Il existe toujours au moins un degré de liberté dans un tiling orthogonal. En d'autres termes, si P est la matrice définissant la tuile, il existe $1 \leq i \leq n$ tel que la tuile :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & & \vert & \vert & \vert & & \vert \\ \vert & & 0 & \vert & \vert & & \vert \\ \vert & & 1 & 0 & \vert & & \vert \\ \vert & & 0 & r & 0 & & \vert \\ \vert & & \vert & 0 & 1 & & \vert \\ \vert & & \vert & \vert & 0 & & \vert \\ \vert & & \vert & \vert & \vert & & 0 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

définit un partitionnement valide quelque soit la valeur de r (r appartient à la i^{eme} colonne de P).

Fonction de temps

- Temps total d'execution

$$\begin{cases} T_1(r) = \frac{mn}{rsp}P_t + (p-1)L_t & \text{si } \frac{m}{r}P_t \geq pL_t \\ T_2(r) = \frac{m}{r}P_t + (\frac{n}{s} - 1)L_t & \text{sinon} \end{cases}$$

- Calul de la latence et période :
  Période $P_t = 2\beta + 2t_c r + \tau_a r$,
  Latence $L_t = 2P_t + \tau_t(r+1) - \beta$

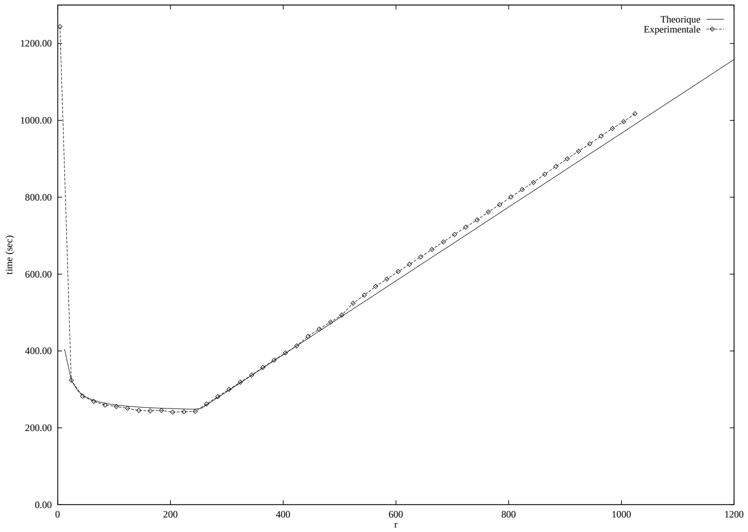


Figure 2: Orthogonal Théorique et Expérimentale : $\tau_a = 9.6$

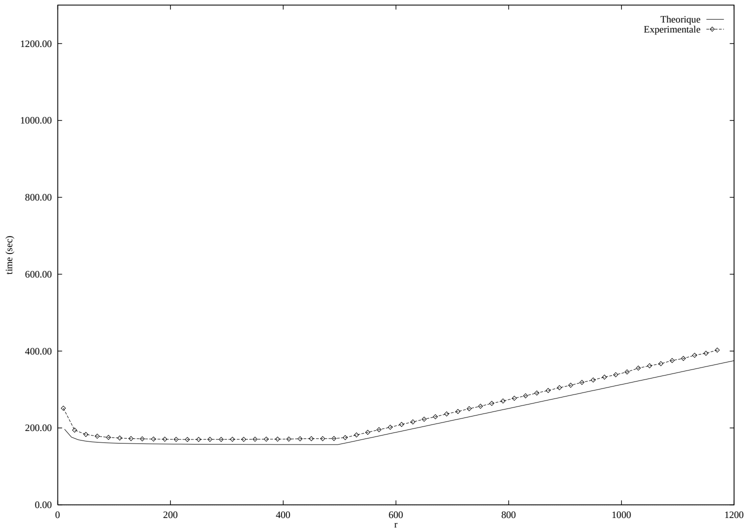


Figure 3: Non Orthogonal Théorique et Expérimentale pour $s = 4$, $\tau_a = 6.22$

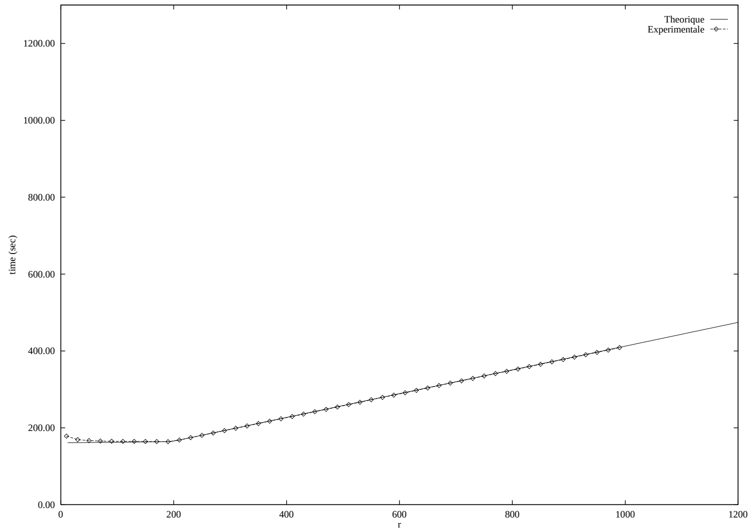


Figure 4: Non Orthogonal Théorique et Expérimentale pour $s = 304$, $\tau_a = 6.22$

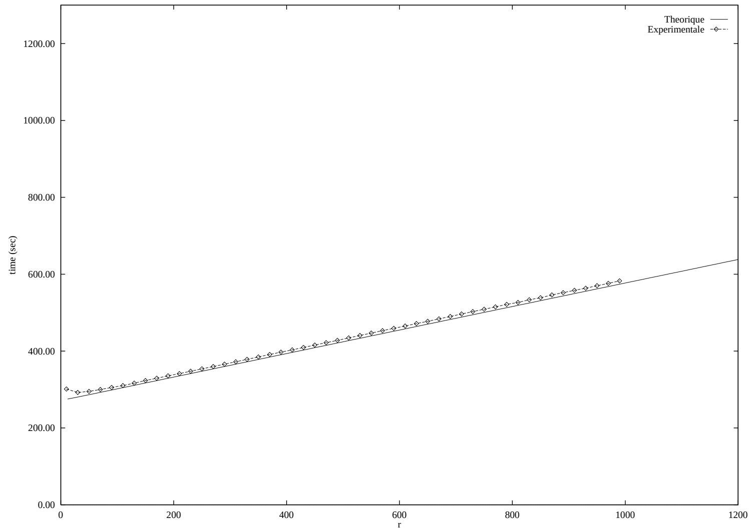


Figure 5: Non Orthogonal Théorique et Expérimentale pour $s = 804$, $\tau_a = 6.22$

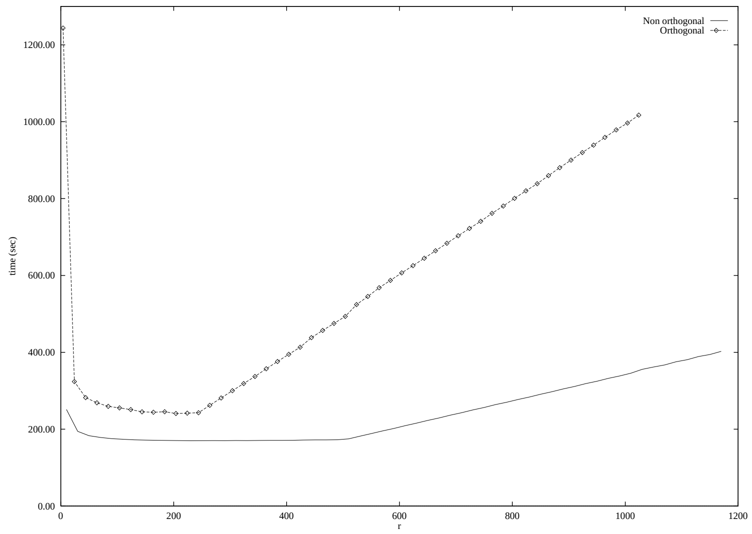


Figure 6: Orthogonal ($\tau_a = 9.6$) et Non Orthogonal Expériementale ($\tau_a = 6.22$) pour $s = 4$

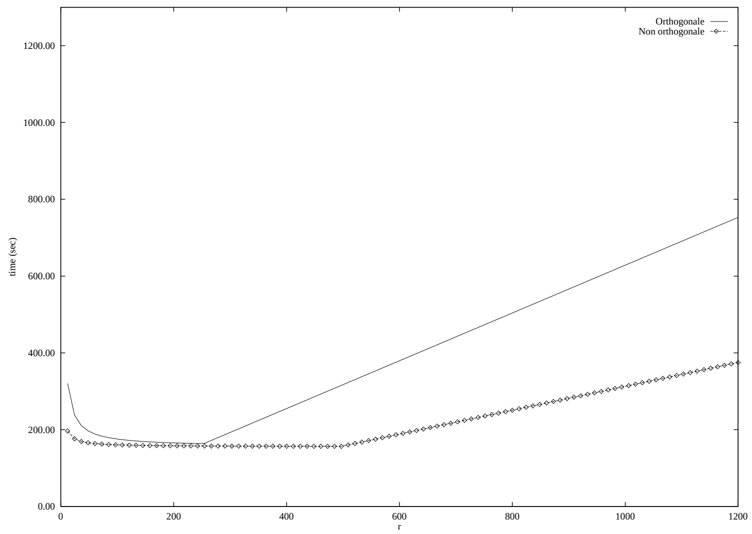


Figure 7: Orthogonal et Non Orthogonal Théoriques pour $s = 4$ et $\tau_a = 6.22$

Conclusions et perspectives

- Modélisation précise
- Dans certains cas : tiling orthogonal $\approx$ tiling non orthogonal
- Tests sur d''autres machines plus actuelles
- Problème d'allocation optimale des tuiles

R. Andonov
S. Rajopadhye
P.Y. Calland
N. Yanev
S. Niar